

7. Гук Ю.Б. Теория надежности в электроэнергетике: Учеб. Пособие для ВУЗов. –Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. Отд.-ие. -1990. –208 с.

УДК 004.424.4:78.06

КОРЖ Р.А., аспирант

ГВУЗ «Криворожский национальный университет»

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МУЗЫКАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

Приведены математические модели автоматической идентификации музыкальных произведений и преобразовании волновой звуковой информации в объектно-ориентированный формат.

Наведено математичні моделі автоматичної ідентифікації музичних творів і перетворення хвильової звукової інформації в об'єктно-орієнтований формат.

The mathematical models of automatic identification of musical works and convert wave-sound information to object-oriented format.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Переход от аналогового сигнала к цифровой технологии приема, обработки и передачи информации позволяет повысить помехозащищенность и тем самым точность и достоверность информации. В настоящее время цифровая технология применяется во всех отраслях деятельности человека от исследования космического пространства до медицины и сельского хозяйства. При этом особое внимание уделяется методам спектрального анализа и фильтрации сигналов, что является ключевым моментом в профессиональной подготовке специалистов в области информационной технологии.

Применение же цифровой технологии в области музыки повышает процесс идентификации музыкальных сигналов и повышает точность отображения. Кроме того, преобразование волновой звуковой информации в объектно-ориентированный формат дает возможность реставрировать поврежденные, ценные музыкальные произведения.

Анализ публикаций. В настоящее время имеется достаточно много публикации по проблеме преобразовании волновой звуковой информации в объектно-ориентированный формат.

Однако, эти работы несут прикладной характер и отсутствует информация о математических методов моделирования музыкальных сигналов – звуковой единицы.

Математические модели сигналов позволяют, абстрагируясь от физической природы, судить о свойствах сигналов и заменять физическое моделирование процессов математическим.

Постановка задачи. Целью данной работы является структурный анализ и математическое описание элементарного события в теории музыкальных сигналов – звуковой единицы, таких как определение формы звукового сигнала, входных параметров и влияющих факторов

Изложение материала и результаты. Минимальным звуковым объектом любого музыкального произведения является *нота*, которая представляется сложным колебательным процессом и описывается с помощью ADSR-модели. Для этого необходимо определить и описать математическую модель звуковой волны в рамках ADSR-подхода.

Основное преимущество данной модели в том, что она математически не сложная и подходит для описания большинства звуков. Однако для полноты ее параметров, а также для повышения достоверности нужно иметь еще один период – *период удержания*, который бы описывал закон сохранения максимального уровня амплитуды звука.

Полученную модель звуковых колебаний именуем как *AHDSR* (Attack-Hold-Decay-Sustain-Release) и остановимся на ней более детально (рис. 1).

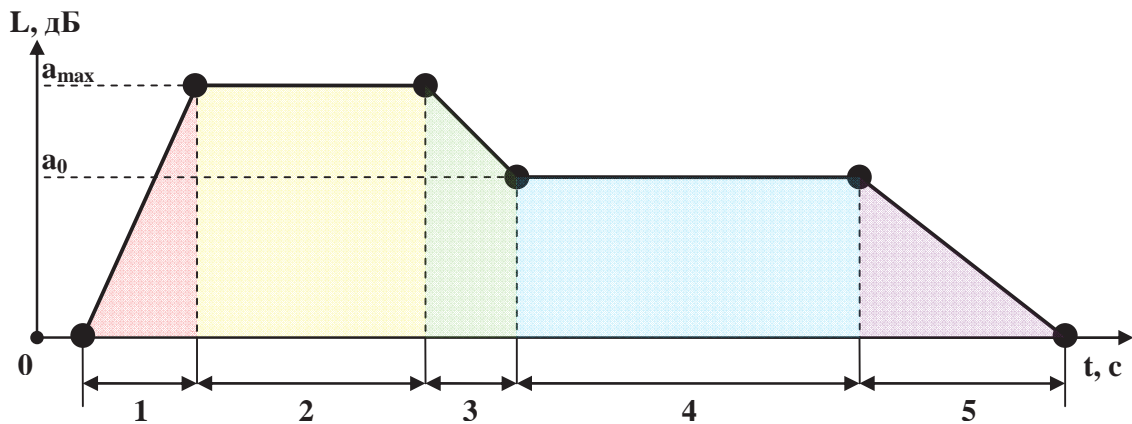


Рис. 1. AHDSR-функция: 1 – атака, 2 – удержание, 3 – спад, 4 – задержка, 5 – затухание

Пусть отдельно-взятая музыкальная нота имеет следующий вид (рис. 2):

$$u_i(t) = u(t_n, \Delta t, \Delta t_a, \Delta t_h, \Delta t_d, \Delta t_r, a_0, f_0, \Delta t_{\max}, \{f_i\}_{i=1,m}, \{a_i\}_{i=1,m}, \{\varphi_i\}_{i=1,m}, x(t), a_h, a_d, a_r, g_a(t), g_h(t), g_d(t), g_s(t), g_r(t)), \quad (1)$$

где t – время ($t \geq 0$);

t_n – время начала звучания ($t_n \geq 0$);

Δt – продолжительность звучания (период задержки) ($\Delta t > 0$);

Δt_a – относительный период атаки ($\Delta t_a \geq 0$);

Δt_h – относительный период удержания ($\Delta t_h \geq 0$);

Δt_d – относительный период спада ($\Delta t_d \geq 0$);

Δt_r – относительный период затухания ($\Delta t_r \geq 0$);

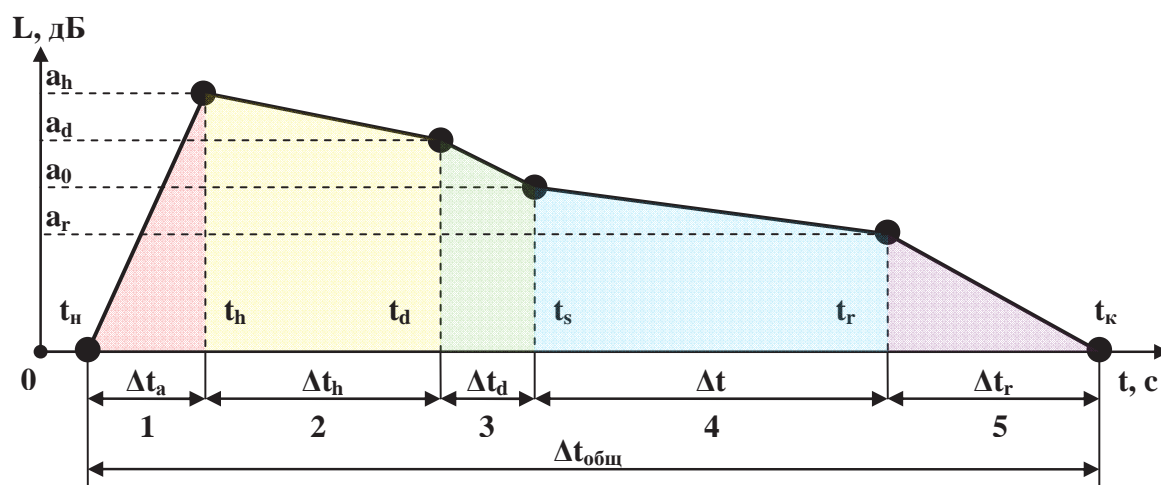


Рис. 2 – Структура звуковой единицы: 1 – атака, 2 – удержание, 3 – спад, 4 – задержка, 5 – затухание

где a_0 – громкость периода задержки ($a_0 > 0$);

f_0 – тон ($f_0 > 0$);

Δt_{max} – коэффициент, определяющий максимальное значение продолжительности звучания (периода задержки) ($\Delta t_{\text{max}} \geq 0$):

если $\Delta t \leq \Delta t_{\text{max}}$, то Δt и Δt_r не меняются,

если $\Delta t > \Delta t_{\text{max}}$, то $\Delta t = \Delta t_{\text{max}}$, а $\Delta t_r = \Delta t_r + \Delta t - \Delta t_{\text{max}}$

$\{f_i\}_{i=1,m}$ – относительные частоты дополнительных гармоник ($f_i > 0$);

$\{a_i\}_{i=1,m}$ – доли дополнительных гармоник ($0 < a_i \leq 1$);

$\{\varphi_i\}_{i=1,m}$ – фазы колебаний дополнительных гармоник;

$x(t)$ – тембральная функция:

$$x(t) = \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0) + \sum_{i=1}^m a_i \sin(2\pi f_0 f_i t + \varphi_i) = \sin(2\pi f_0 t) + \sum_{i=1}^m a_i \sin(2\pi f_0 f_i t + \varphi_i) \quad (2)$$

где φ_0 – фаза колебаний основной гармоники ($\varphi_0 = 0$);

m – количество дополнительных гармоник ($m \geq 0$);

a_h – коэффициент громкости удержания ($0 \leq a_h \leq 1$);

a_d – коэффициент громкости спада ($0 \leq a_d \leq 1$);

a_r – коэффициент громкости затухания ($0 \leq a_r \leq 1$);

Параметры a_h , a_d , a_0 и a_r выбираются так, чтобы выполнялось неравенство:

$$a_h \leq a_d \leq a_0 \leq a_r \quad (3)$$

$g_a(t)$ – функция атаки от времени t ;

$g_h(t)$ – функция удержания от времени t ;

$g_d(t)$ – функция спада от времени t ;

$g_s(t)$ – функция задержки от времени t ;

$g_r(t)$ – функция затухания от времени t .

Для удобства и полноты системы, введём еще несколько параметров (4) – (12):

$$\Delta t_0 = \Delta t_a + \Delta t_h + \Delta t_d + \Delta t_r, \quad (4)$$

где Δt_0 – коэффициент, определяющий моментальную ($\Delta t = 0$) продолжительность колебательного процесса частотой в 1 Гц и интенсивностью в 1 дБ;

$$a_{\max} = (1 + a_h)a_0 \quad (5)$$

$$a_{\text{dec}} = (1 + a_d)a_0 \quad (6)$$

$$a_{\min} = (1 - a_r)a_0 \quad (7)$$

$$t_h = t_H + \Delta t_a \frac{\Delta t_0}{f_0} \quad (8)$$

$$t_d = t_H + (\Delta t_a + \Delta t_h(a_{\max} - a_{\text{dec}})) \frac{\Delta t_0}{f_0} \quad (9)$$

$$t_s = t_H + (\Delta t_a + \Delta t_h(a_{\max} - a_{\text{dec}}) + \Delta t_d(a_{\text{dec}} - a_0)) \frac{\Delta t_0}{f_0} \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t_r = t_H + \Delta t + (\Delta t_a + \Delta t_h(a_{\max} - a_{\text{dec}}) + \Delta t_d(a_{\text{dec}} - a_0)) \frac{\Delta t_0}{f_0}, \quad \Delta t \leq \Delta t_{\max} \\ t_r = t_H + \Delta t_{\max} + (\Delta t_a + \Delta t_h(a_{\max} - a_{\text{dec}}) + \Delta t_d(a_{\text{dec}} - a_0)) \frac{\Delta t_0}{f_0}, \quad \Delta t > \Delta t_{\max} \end{array} \right. \quad (11)$$

$$t_{\kappa} = t_H + \Delta t + (\Delta t_a + \Delta t_h(a_{\max} - a_{\text{dec}}) + \Delta t_d(a_{\text{dec}} - a_0) + a_{\min}\Delta t_r) \frac{\Delta t_0}{f_0} \quad (12)$$

Исходя из вышеперечисленных формул, вычислим значения реальных временных периодов звуковой волны (13) – (18):

$$\Delta t_{\text{общ}} = t_{\kappa} - t_H \quad (13)$$

$$\Delta t_{\text{attack}} = t_h - t_H \quad (14)$$

$$\Delta t_{\text{hold}} = t_d - t_h \quad (15)$$

$$\Delta t_{\text{decay}} = t_s - t_d \quad (16)$$

$$\Delta t_{\text{sustain}} = t_r - t_s \quad (17)$$

$$\Delta t_{\text{release}} = t_{\kappa} - t_r \quad (18)$$

При этом, должны выполняться следующие условия (19) – (21):

$$t_H \leq t_h \leq t_d \leq t_s \leq t_r \leq t_{\kappa} \quad (19)$$

$$\Delta t_{\text{общ}} \geq \Delta t \quad (20)$$

$$a_{\max} \leq a_{\text{dec}} \leq a_0 \leq a_{\min} \quad (21)$$

Из формул (1) – (21) получаем уравнение (22) звуковой единицы:

$$u_i(t) = u(t) = \begin{cases} 0, & t \notin [t_H, t_K) \\ a_{\max} \cdot g_a(t - t_H) \cdot x(t - t_H) & t \in [t_H, t_h) \\ (a_{dec} + (a_{\max} - a_{dec})g_h(t - t_h)) \cdot x(t - t_H) & t \in [t_h, t_d) \\ (a_0 + (a_{dec} - a_0)g_d(t - t_d)) \cdot x(t - t_H) & t \in [t_d, t_s) \\ (a_{\min} + (a_0 - a_{\min})g_s(t - t_s)) \cdot x(t - t_H) & t \in [t_s, t_r) \\ a_{\min} \cdot g_r(t - t_r) \cdot x(t - t_H) & t \in [t_r, t_K) \end{cases} \quad (22)$$

Уравнение (22) является *идеальным* случаем с точки зрения практического моделирования, так как оно не содержит никаких отклонений и шумов. Поэтому, следует добавить шумовую составляющую $\eta(t)$, которая будет искажать исходную звуковую волну на (аддитивная схема) или в (мультипликативная схема) k раз:

$n_i(t) = n(t) + k\eta(t)$, в случае аддитивного сложения,

$n_i(t) = n(t) \cdot k\eta(t)$, в случае мультипликативного умножения;

Функция $\eta(t)$ возвращает случайные значения в диапазоне $(-1, 1)$, влияние которых на систему либо увеличивается (если $|k| > 1$), либо уменьшается (если $|k| \leq 1$):

$$\eta(t) = (-1)^{Rnd(2)} Rnd(t) \quad (23)$$

Вместе с этим, следует также добавить *внешнюю* шумовую компоненту $\varepsilon(t)$, которая, аналитически, будет описываться также как и $\eta(t)$, но применяться будет ко всему звуковому сигналу (окажет влияние на форму всех звуковых единиц, которые участвуют в колебательном процессе).

Следовательно, музыкальное произведение представляет собой U -множество (24) – множество звуковых единиц $u_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, m$):

$$U = \{u_i(t)\}_{i=1, m}, \quad (24)$$

где m – количество нот в музыкальном произведении.

Если (24) расписать более подробно, то получим:

$$U = \{u_i(t)\}_{i=1, m} = \sum_{i=1}^m u_i(t) + \varepsilon = \sum_{i=1}^m (u_i(t) + k\eta(t)) + p\varepsilon(t), \quad (25)$$

где p – уровень внешнего шума.

Таким образом, формула (22) задает уравнение звуковой единицы, исходя из AHDSR-модели, учитывая её гармонические, амплитудные, временные и функциональные характеристики. Поэтому, будет полезно выделить *дополнительные модели (подмодели)* звуковой единицы, которые будут способны показать её локально из разных сторон.

Учитывая категории характеристик звуковой волны, выделим следующие подмодели:

1. гармоническая (тембральная);
2. амплитудно-временная;
3. функциональная;
4. шумовая.

Выводы

1. Было введено понятие элементарных звуковых единиц, на которых построена идея преобразования волновой звуковой информации в объектно-ориентированный формат.

2. Рассмотрены параметры, определяющие и влияющие на форму звуковых колебаний внутри звуковой единицы, а также выполнена оценка и доказана их практическая значимость.

3. Комплексный звуковой сигнал представляется аддитивным наложением амплитудно-временных форм, поэтому задача автоматического распознавания звуковых объектов сильно усложняется с увеличением количества частотных составляющих.

Список литературы:

1. Корж Р.А. Критический обзор методов автоматической идентификации музыкальных произведений / Р. А. Корж // Инженерия программного обеспечения. -№3 (7). -Киев. -2011.

2. Корж Р.А. К проблеме автоматической идентификации музыкальных произведений / Р.А. Корж // Инженерия программного обеспечения. -№1 (9). -Киев. -2012.

3. Фадеев А.С. Идентификация музыкальных объектов на основе непрерывного вейвлет-преобразования / А.С. Фадеев // Диссертация. - Томский политехнический университет. -2008.

4. Френкс Л. Теория сигналов (под ред. Вакмана Д. Е.). - М. -1999.

5. Данилов А. А. Прецизионные усилители низкой частоты. — М.: Горячая линия — Телеком, 2004.

Вахромеев, В. А. Элементарная теория музыки. — Государственное музыкальное издательство. -М. -1961.